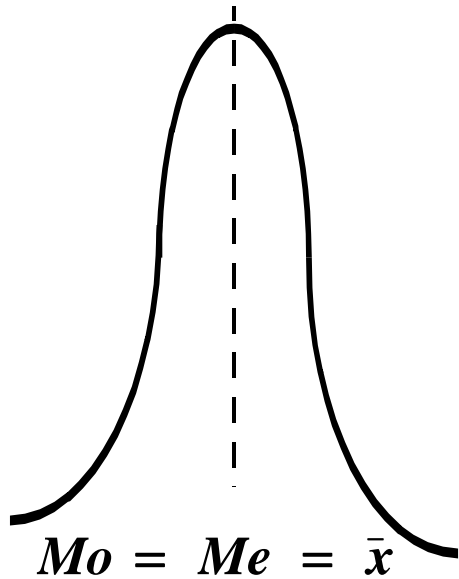


# **MEDIDAS DE DISTORÇÃO**

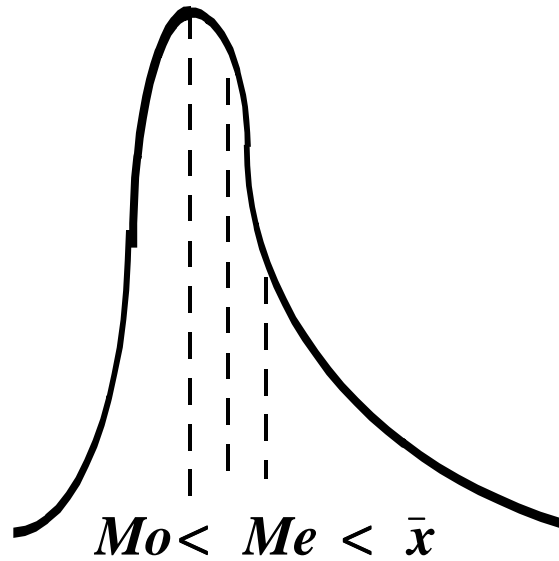
# MEDIDAS DE DISTORÇÃO

- MEDIDAS DE ASSIMETRIA OU ENVIESAMENTO
- MEDIDAS DE CURTOSE

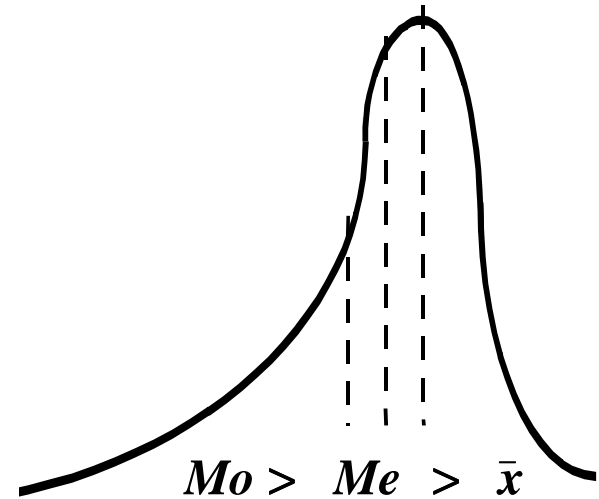
# ASSIMETRIA OU ENVIESAMENTO



CURVA SIMÉTRICA  
SEM DEFORMAÇÃO

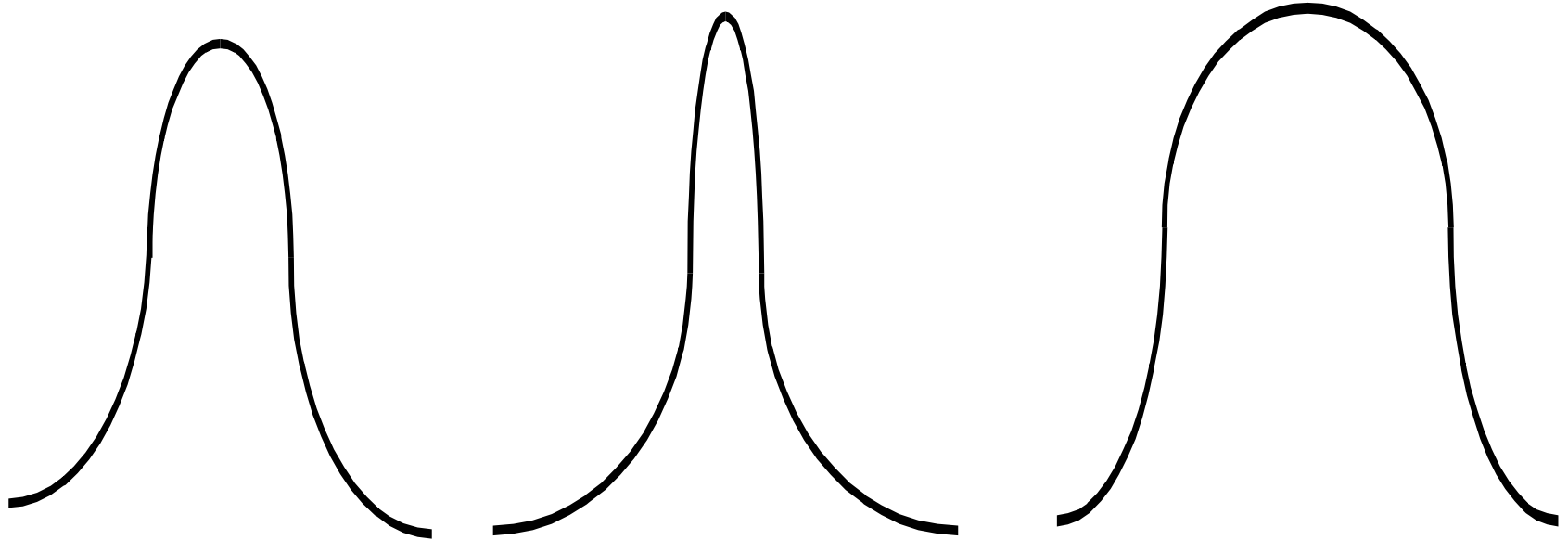


CURVA ASSIMÉTRICA  
À DIREITA



CURVA ASSIMÉTRICA  
À ESQUERDA

# CURTOSE



MESOCÚRTICA

LEPTOCÚRTICA

PLATICÚRTICA

# DISTRIBUIÇÕES EXEMPLOS

TURMA A: [0 - 2) 2; [2 - 4) 6; [4 - 6) 14; [6 - 8) 6 e [8 - 10] 2.

TURMA B: [0 - 2) 5; [2 - 4) 10; [4 - 6) 7; [6 - 8) 5 e [8 - 10] 3.

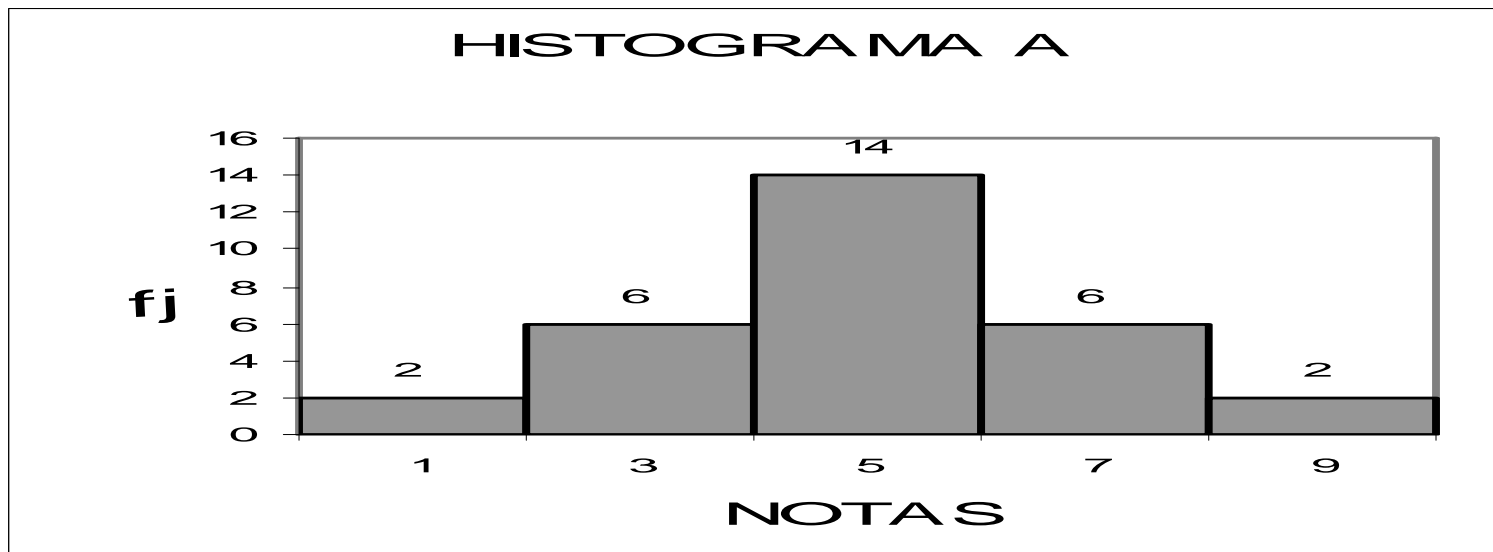
TURMA C: [0 - 2) 1; [2 - 4) 4; [4 - 6) 8; [6 - 8) 11 e [8 - 10] 6.

TURMA D: [0 - 2) 2; [2 - 4) 4; [4 - 6) 18; [6 - 8) 4 e [8 - 10] 2.

TURMA E: [0 - 2) 2; [2 - 4) 8; [4 - 6) 10; [6 - 8) 8 e [8 - 10] 2.

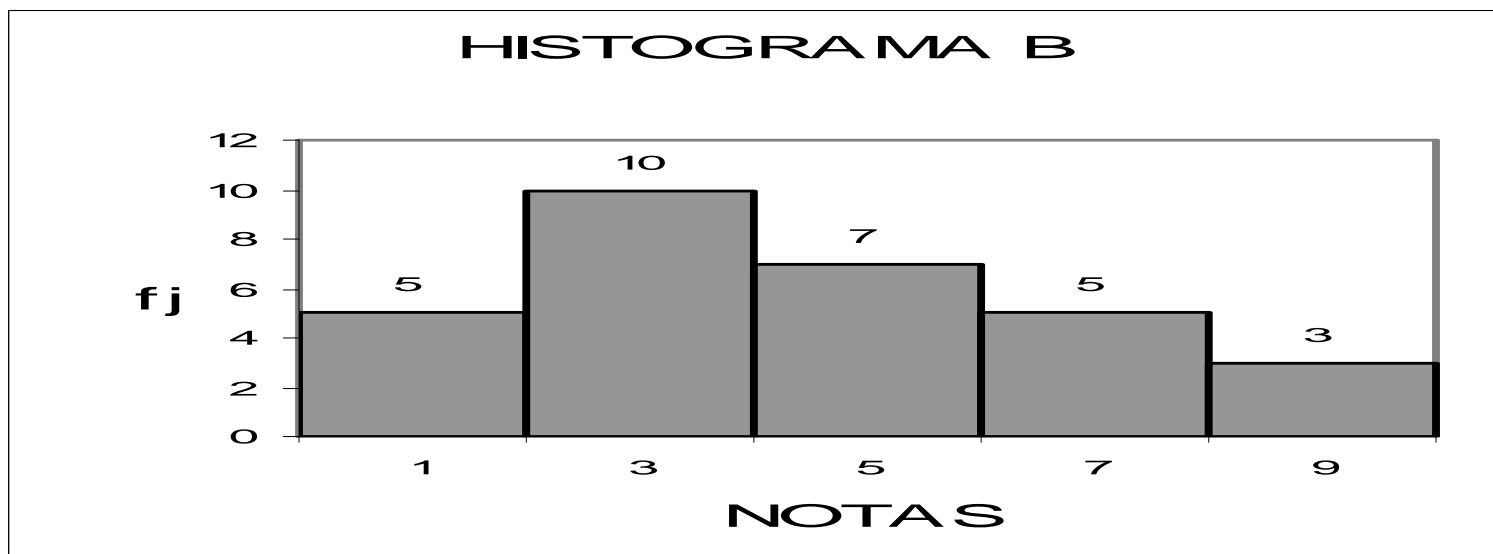
TURMA A: [0 - 2) 2; [2 - 4) 6; [4 - 6) 14; [6 - 8) 6 e [8 - 10] 2.

$j$	<i>Classes</i>	$f_j$	$x_j$	$F_j$	$x_j f_j$	$x_j^2 f_j$	$x_j^3 f_j$	$x_j^4 f_j$
1	0  — 2	2	1	2	2	2	2	2
2	2  — 4	6	3	8	18	54	162	486
3	4  — 6	14	5	22	70	350	1.750	8.750
4	6  — 8	6	7	28	42	294	2.058	14.406
5	8  — 10	2	9	30	18	162	1.458	13.122
		30			150	862	5.430	36.766



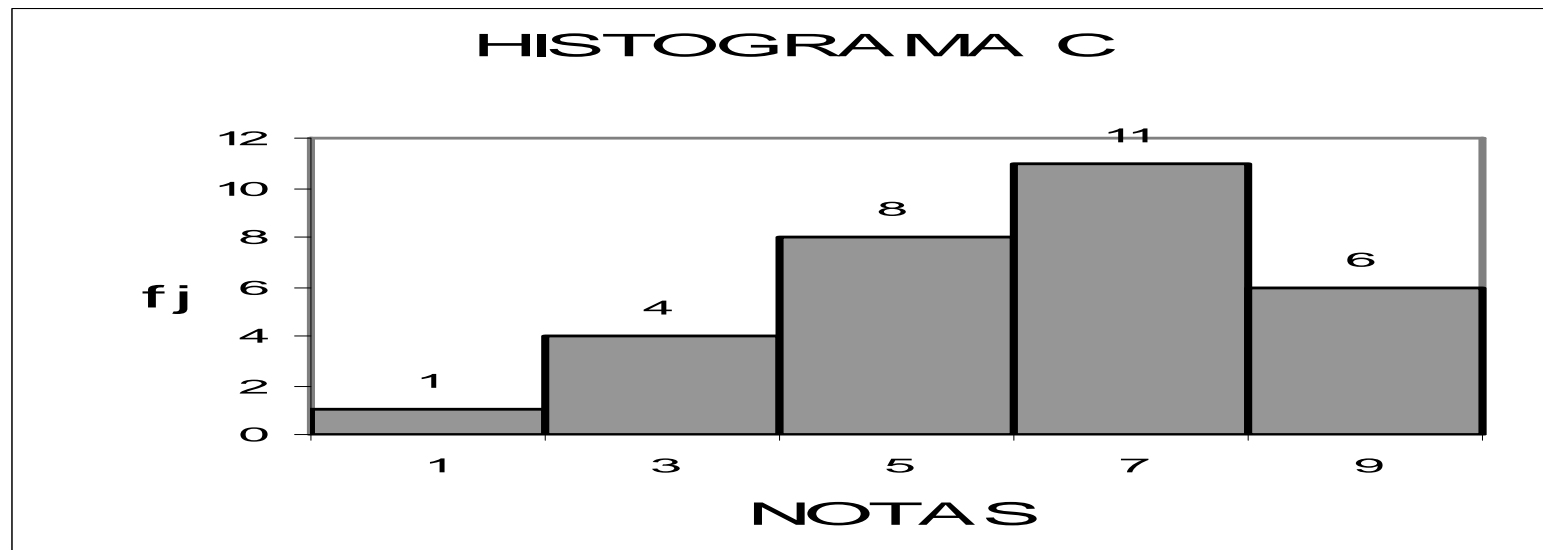


$j$	Classes	$f_j$	$x_j$	$F_j$	$x_j f_j$	$x_j^2 f_j$	$x_j^3 f_j$	$x_j^4 f_j$
1	0 —2	5	1	5	5	5	5	5
2	2 —4	10	3	15	30	90	270	810
3	4 —6	7	5	22	35	175	875	4.375
4	6 —8	5	7	27	35	245	1.715	12.005
5	8 —10	3	9	30	27	243	2.187	19.683
		30			132	758	5.052	36.878



TURMA C: [0 - 2) 1; [2 - 4) 4; [4 - 6) 8; [6 - 8) 11 e [8 - 10] 6.

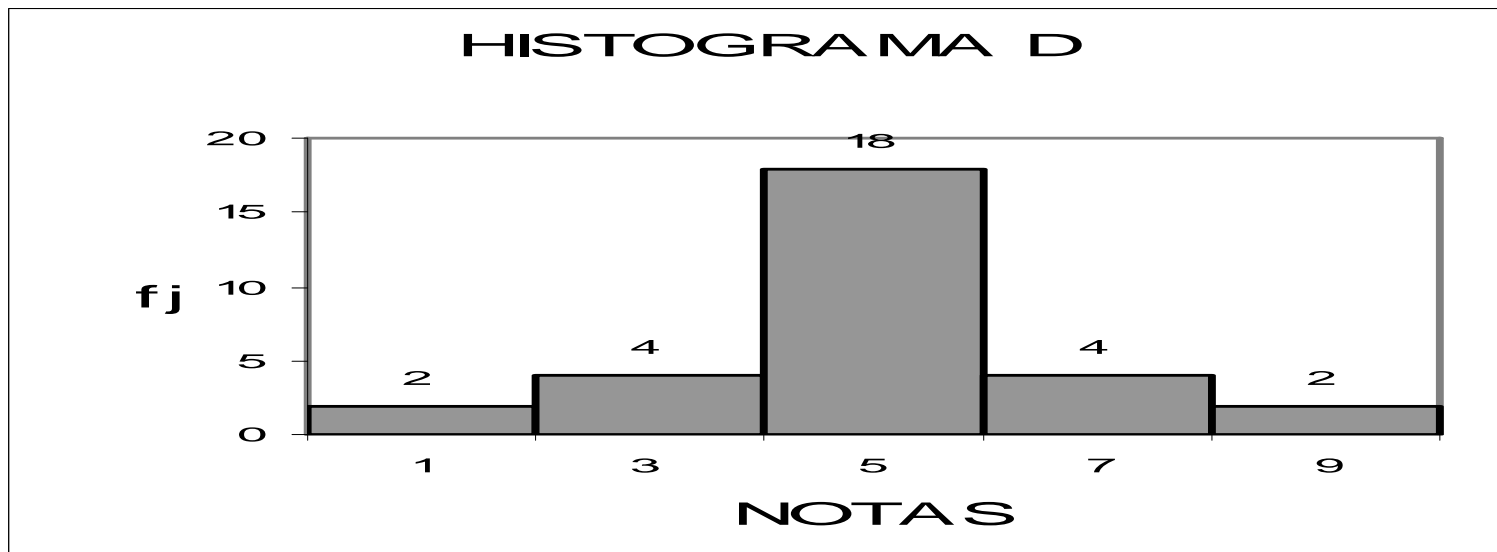
$j$	<i>Classes</i>	$f_j$	$x_j$	$F_j$	$x_j f_j$	$x_j^2 f_j$	$x_j^3 f_j$	$x_j^4 f_j$
1	0  — 2	1	1	1	1	1	1	1
2	2  — 4	4	3	5	12	36	108	324
3	4  — 6	8	5	13	40	200	1.000	5.000
4	6  — 8	11	7	24	77	539	3.773	26.411
5	8  — 10	6	9	30	54	486	4.374	39.366
		30			184	1.262	9.256	71.102





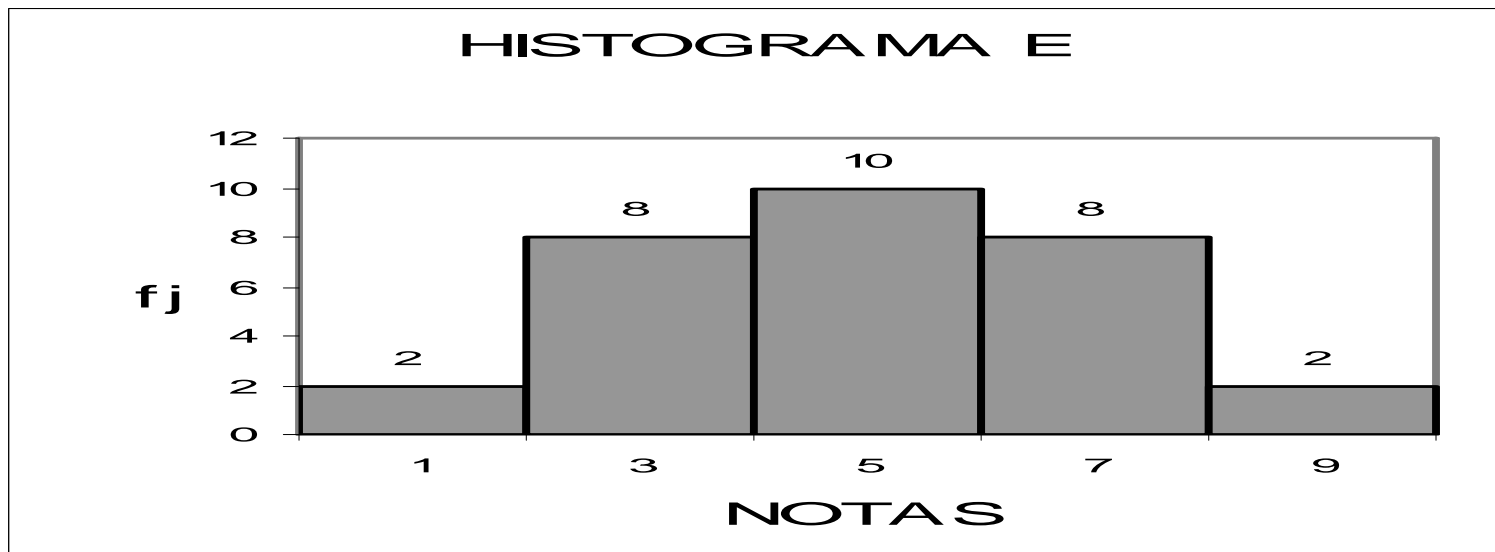
TURMA D: [0 - 2) 2; [2 - 4) 4; [4 - 6) 18; [6 - 8) 4 e [8 - 10] 2.

$j$	$Classes$	$f_j$	$x_j$	$F_j$	$x_j f_j$	$x_j^2 f_j$	$x_j^3 f_j$	$x_j^4 f_j$
1	0  — 2	2	1	2	2	2	2	2
2	2  — 4	4	3	6	12	36	108	324
3	4  — 6	18	5	24	90	450	2.250	11.250
4	6  — 8	4	7	28	28	196	1.372	9.604
5	8  — 10	2	9	30	18	162	1.458	13.122
		30			150	846	5.190	34.302



TURMA E: [0 - 2) 2; [2 - 4) 8; [4 - 6) 10; [6 - 8) 8 e [8 - 10] 2.

$j$	<i>Classes</i>	$f_j$	$x_j$	$F_j$	$x_j f_j$	$x_j^2 f_j$	$x_j^3 f_j$	$x_j^4 f_j$
1	0  — 2	2	1	2	2	2	2	2
2	2  — 4	8	3	10	24	72	216	648
3	4  — 6	10	5	20	50	250	1.250	6.250
4	6  — 8	8	7	28	56	392	2.744	19.208
5	8  — 10	2	9	30	18	162	1.458	13.122
		30			150	878	5.670	39.230



# MOMENTO NATURAL OU ABSOLUTO

PARA DADOS BRUTOS

$$m'_r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^r}{n} = \frac{\sum x^r}{n}$$

PARA DADOS TABELADOS

$$m'_r = \frac{\sum_{j=1}^k x_j^r f_j}{\sum_{j=1}^k f_j} = \frac{\sum_{j=1}^k x_j^r f_j}{n} = \frac{\sum x^r f}{n}$$

# CÁLCULO DOS MOMENTOS ABSOLUTOS PARA OS EXEMPLOS

$$m'_r = \frac{\sum x^r f}{n}$$

<i>ordem</i>	<i>valores de <math>m'</math> para os exemplos</i>				
<i>r</i>	A	B	C	D	E
1 ( $\bar{x}$ )	5,00	4,40	6,13	5,00	5,00
2 ( $\bar{x}_q^2$ )	28,73	25,27	42,07	28,20	29,27
3	181,00	168,40	308,53	173,00	189,00
4	1.225,53	1.229,27	2.370,07	1.143,40	1.307,67

# MOMENTO CENTRADO NA MÉDIA

PARA DADOS BRUTOS

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r}{n} = \frac{\sum (x - \bar{x})^r}{n}$$

PARA DADOS TABELADOS

$$m_r = \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^r f_j}{\sum_{j=1}^k f_j} = \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^r f_j}{n} = \frac{\sum (x - \bar{x})^r f}{n}$$

# RELAÇÕES ENTRE MOMENTOS

$$m_1 = 0$$

$$m_2 = m'_2 - (m'_1)^2 = \sigma^2$$

$$m_3 = m'_3 - 3m'_1 m'_2 + 2(m'_1)^3$$

$$m_4 = m'_4 - 4m'_1 m'_3 + 6(m'_1)^2 m'_2 - 3(m'_1)^4$$

**CÁLCULO DOS  
MOMENTOS CENTRADOS  
PARA OS EXEMPLOS**

$$m_r = \frac{\sum (x - \bar{x})^r f}{n}$$

<i>ordem</i>	<i>valores de m para os exemplos</i>				
<i>r</i>	A	B	C	D	E
1	0	0	0	0	0
2 ( $\sigma^2$ )	3,73	5,91	4,45	3,20	4,27
3	0	5,25	-4,05	0,00	0,00
4	40,53	75,97	50,15	38,40	42,67

# MEDIDAS DE ASSIMETRIA

## COMPARAÇÃO ENTRE PROMÉDIAS

$\bar{x} > Mo \Rightarrow$  Assimetria positiva

$\bar{x} = Mo \Rightarrow$  Simetria

$\bar{x} < Mo \Rightarrow$  Assimetria negativa

<i>medidas</i>	<i>valores para os exemplos</i>				
	A	B	C	D	E
<i>média ( <math>\bar{x}</math> )</i>	5,00	4,40	6,13	5,00	5,00
<i>moda ( <math>Mo</math> )</i>	5	3	7	5	5
<i><math>\bar{x} - Mo</math></i>	0	1,40	-0,87	0	0



# MEDIDAS DE ASSIMETRIA

## COEFICIENTE OU ÍNDICE DE PEARSON

### PRIMEIRO COEFICIENTE DE ENVIESAMENTO DE PEARSON

$$e_1 = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$$

### SEGUNDO COEFICIENTE DE ENVIESAMENTO DE PEARSON

$$e_2 = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma}$$

# MEDIDAS DE ASSIMETRIA

## COEFICIENTE OU ÍNDICE DE PEARSON

<i>medidas</i>	<i>valores para os exemplos</i>				
	A	B	C	D	E
<i>média ( <math>\bar{x}</math> )</i>	5,00	4,40	6,13	5,00	5,00
<i>moda ( <math>Mo</math> )</i>	5,00	3,25	6,29	5,00	5,00
<i>mediana ( <math>Me</math> )</i>	5,00	4,00	6,36	5,00	5,00
$\sigma$ ( <i>desvio padrão</i> )	1,93	2,43	2,11	1,79	2,07
$e_1$ ( <i>Pearson</i> )	0,00	0,49	-0,29	0,00	0,00
$e_2$ ( <i>Pearson</i> )	0,00	0,37	-0,33	0,00	0,00

# MEDIDAS DE ASSIMETRIA

## COEFICIENTE QUARTIL DE ASSIMETRIA

$$e_Q = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_2) + (Q_2 - Q_1)} = \frac{Q_3 - 2Me + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

<i>medidas</i>	<i>valores para os exemplos</i>				
	A	B	C	D	E
<i>primeiro quartil (<math>Q_1</math>)</i>	3,83	2,50	4,63	4,17	3,38
<i>terceiro quartil (<math>Q_3</math>)</i>	6,17	6,20	7,73	5,83	6,63
<i>mediana (<math>Me</math>)</i>	5,00	4,00	6,36	5,00	5,00
<i>coeficiente quartil (<math>e_Q</math>)</i>	0,00	0,19	-0,12	0,00	0,00

# MEDIDAS DE ASSIMETRIA

## COEFICIENTE PERCENTÍLICO DE ASSIMETRIA

$$e_c = \frac{(C_{90} - C_{50}) - (C_{50} - C_{10})}{(C_{90} - C_{50}) + (C_{50} - C_{10})} = \frac{C_{90} - 2Me + C_{10}}{C_{90} - C_{10}}$$

<i>medidas</i>	<i>valores para os exemplos</i>				
	A	B	C	D	E
<i>décimo percentil ( <math>C_{10}</math> )</i>	2,33	1,20	3,00	2,50	2,25
<i>nonagésimo percentil ( <math>C_{90}</math> )</i>	7,67	8,00	9,00	7,50	7,75
<i>mediana ( <math>Me</math> )</i>	5,00	4,00	6,36	5,00	5,00
<i>coeficiente percentil ( <math>e_c</math> )</i>	0,00	0,18	-0,12	0,00	0,00

# MEDIDAS DE ASSIMETRIA

## COEFICIENTE MOMENTO DE ASSIMETRIA

BASEADO NOS MOMENTOS ATÉ A TERCEIRA ORDEM

$$e_{M3} = \frac{m_3}{\left(\sqrt{m_2}\right)^3} = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{m_3}{s^3}$$

BASEADO NOS MOMENTOS ATÉ A QUARTA ORDEM

$$b_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{m_4}{s^4}$$
$$e_{M4} = \frac{e_{M3}(b_2 + 3)}{2\left(5b_2 - 6e_{M3}^2 - 9\right)}$$

# MEDIDAS DE ASSIMETRIA

## COEFICIENTE MOMENTO DE ASSIMETRIA

<i>medidas</i>	<i>valores para os exemplos</i>				
	A	B	C	D	E
$m_2$	3,73	5,91	4,45	3,20	4,27
$m_3$	0,00	5,25	-4,05	0,00	0,00
$m_4$	40,53	75,97	50,15	38,40	42,67
$b_2$	2,91	2,18	2,53	3,75	2,34
$e_{M3}$	0,00	0,37	-0,43	0,00	0,00
$e_{M4}$	0,00	0,86	-0,47	0,00	0,00

# MEDIDAS DE CURTOSE

## COEFICIENTE PERCENTÍLICO DE CURTOSE

$$k = \frac{d_q}{C_{90} - C_{10}} = \frac{Q_3 - Q_1}{2(C_{90} - C_{10})}$$

$k > 0,263$

platicúrtica

$k \cong 0,263$

mesocúrtica

$k < 0,263$

leptocúrtica

<i>medidas</i>	<i>valores para os exemplos</i>				
	A	B	C	D	E
<i>décimo percentil (C<sub>10</sub>)</i>	2,33	1,20	3,00	2,50	2,25
<i>nonagésimo percentil (C<sub>90</sub>)</i>	7,67	8,00	9,00	7,50	7,75
<i>primeiro quartil (Q<sub>1</sub>)</i>	3,83	2,50	4,63	4,17	3,38
<i>terceiro quartil (Q<sub>3</sub>)</i>	6,17	6,20	7,73	5,83	6,63
<i>coeficiente percentílico (k)</i>	0,219	0,272	0,259	0,167	0,295

# MEDIDAS DE CURTOSE

## COEFICIENTE MOMENTO DE CURTOSE

$$b_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{m_4}{s^4}$$

$b_2 < 3$       platicúrtica  
 $b_2 \cong 3$       mesocúrtica  
 $b_2 > 3$       leptocúrtica

<i>medidas</i>	<i>valores para os exemplos</i>				
	A	B	C	D	E
$m_2$	3,73	5,91	4,45	3,20	4,27
$m_4$	40,53	75,97	50,15	38,40	42,67
$b_2$	2,91	2,18	2,53	3,75	2,34