

Análise da : -Estabilidade e - Capacidade/Capabilidade de Processos

Prof. Diego

Por que medir a estabilidade e capacidade/Capabilidade?

- Principais erros dos gestores

1

Tratar uma causa comum como causa especial

SOB
CONTROLE



Aumento da variação em um sistema

2

Tratar uma causa comum como causa especial

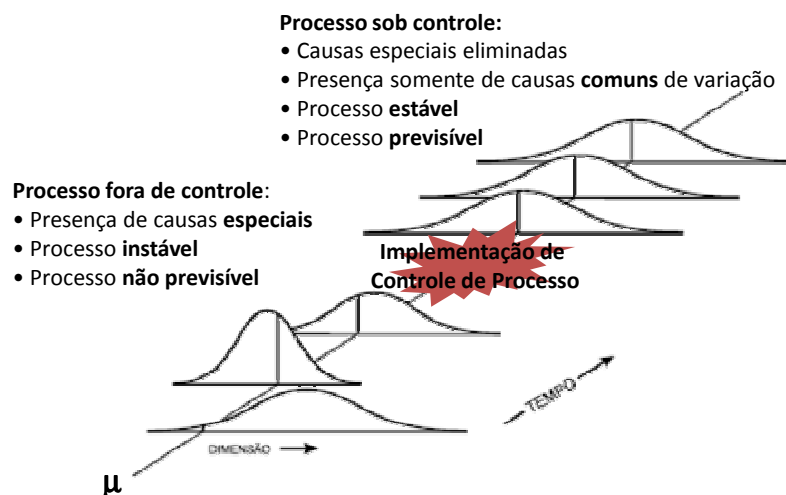


Perda da oportunidade de reduzir variação

RESULTADO NÃO
ESTÁVEL

2 2

Controle de Processo



Interpretação da estabilidade do processo

- O monitoramento das cartas de controle representa um teste de hipótese a cada nova amostra coletada durante o uso da CARTA.
- A hipótese que está sendo testada a cada amostra coletada é de que: a média ou a variabilidade do processo continuam as mesmas (processo estável)?
- Tendo como hipótese alternativa de que elas mudaram devido à presença de uma causa especial (processo instável).

Interpretação da estabilidade do processo

- Os limites de controle (medidos no processo) são limites de confiança calculados de forma que, se o processo não mudou (não há causas especiais atuando), a probabilidade de uma amostra cair dentro dos limites é de 99,73% e fora dos limites é de 0,27%. Logo, caso a amostra coletada esteja dentro dos limites de controle (limites de confiança) conclui-se que os parâmetros do processo (média e amplitude) permanecem os mesmos.
- Caso apareça uma amostra fora dos limites de controle, a probabilidade dessa amostra pertencer a esse processo é muito pequena (0,27%), logo há uma forte evidência de que o processo mudou (média ou desvio) devido à presença de causas especiais.

Interpretação da estabilidade do processo

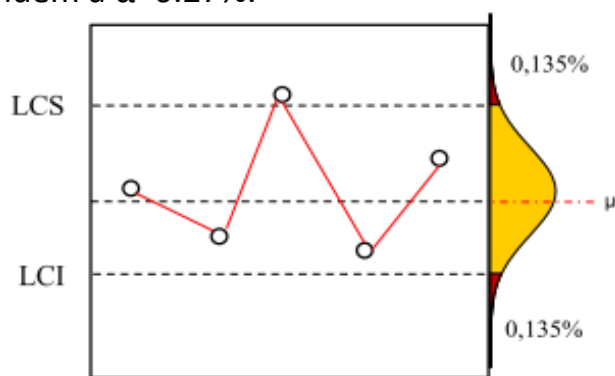
Antes de investigar uma causa especial, é interessante verificar se não houve erro na plotagem do ponto ou problemas no sistema de medição.

Existem dois tipos de erros no monitoramento de uma carta de controle: **erro tipo I e erro tipo II.**

**A estabilidade é sempre verificada pelas regras já vistas:
7 pontos acima, abaixo, ascendente, descendentes, fora dos limites,
etc.**

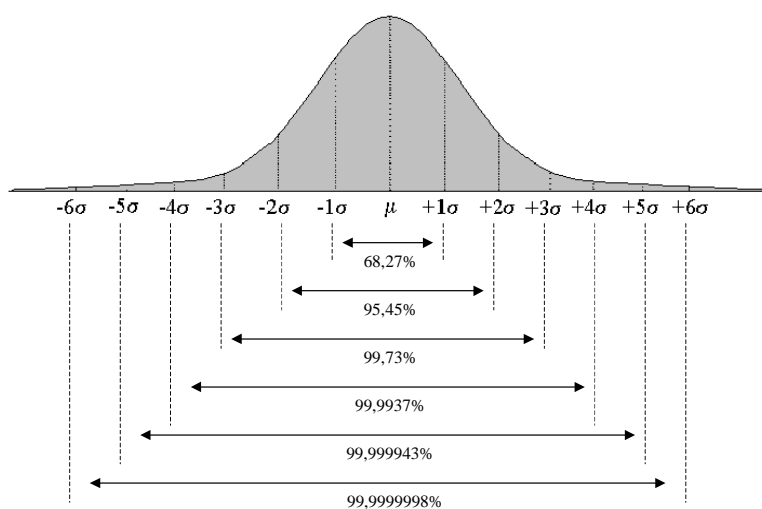
Interpretação da estabilidade do processo

Erro tipo I: é a probabilidade (α) de considerar o processo fora de controle quando na verdade ele está sob controle. Os limites clássicos adotam $\pm 3\sigma$, que correspondem a $\alpha=0.27\%$.



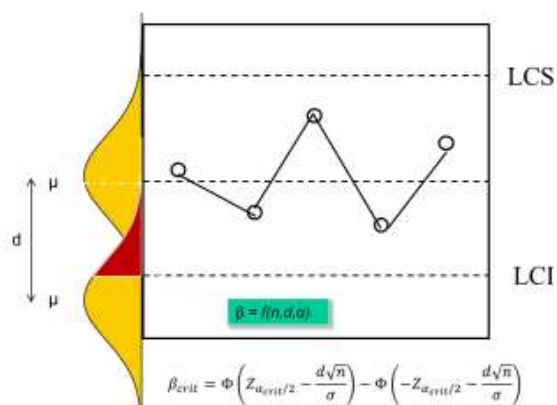
$$\alpha_{\text{crit}} = 1 - P(LCL_{\text{crit}} \leq \bar{X} \leq UCL_{\text{crit}})$$

Distribuição Normal

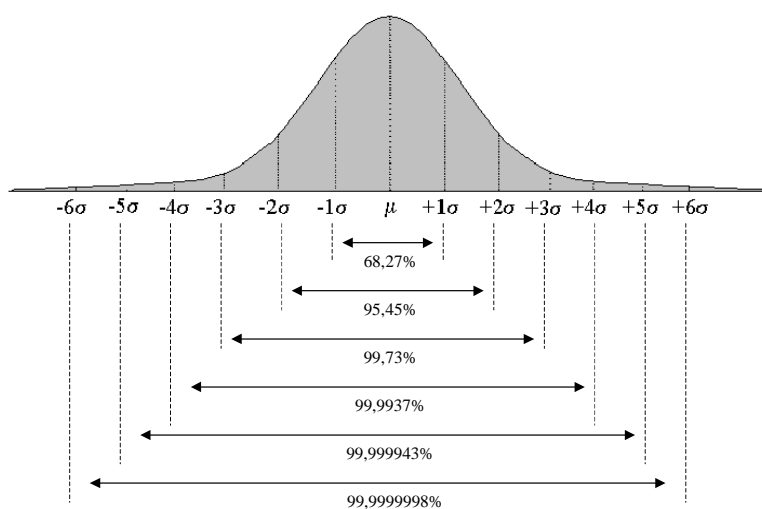


Interpretação da estabilidade do processo

Erro tipo II: é a probabilidade (β) de considerar o processo sob controle quando na verdade ele está fora de controle e depende do deslocamento da média e dos limites de controle adotados. Os limites clássicos adotam $\pm 3\sigma$, que correspondem a $\beta = 0.27\%$.



Distribuição Normal



- Caso a distribuição dos valores individuais seja Normal, os limites naturais são calculados considerando-se a extensão de seis desvios-padrões (6 σ - Sigmas).
- Dessa forma, os limites naturais compreendem 99,73% dos valores, ou seja, teoricamente 99,73% das peças produzidas estarão dentro dos limites naturais e 0,27% estarão fora dos limites naturais.

Os limites naturais da distribuição Normal são calculados usando a fórmula:

$$LNI = \mu - 3\sigma$$

$$LNS = \mu + 3\sigma$$

Exemplo de análise da Estabilidade

Na Figura 45, apresenta-se o percentual dentro da faixa de dois desvios-padrões ($\pm 1\sigma$), quatro desvios-padrões ($\pm 2\sigma$) e seis desvios-padrões ($\pm 3\sigma$) para um processo que segue a distribuição Normal com média 28,6 e desvio de 0,2.

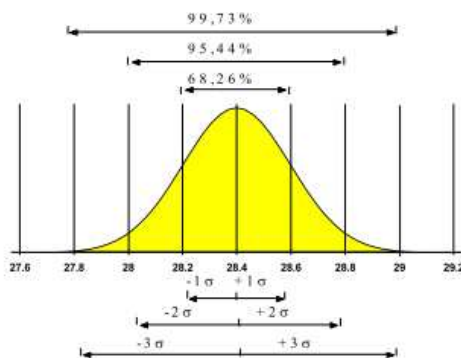


Figura 45 - Percentuais associados a faixa de $\pm 1\sigma$, $\pm 2\sigma$ e $\pm 3\sigma$ da distribuição Normal, para uma população com média 28,4 e desvio-padrão 0,20.

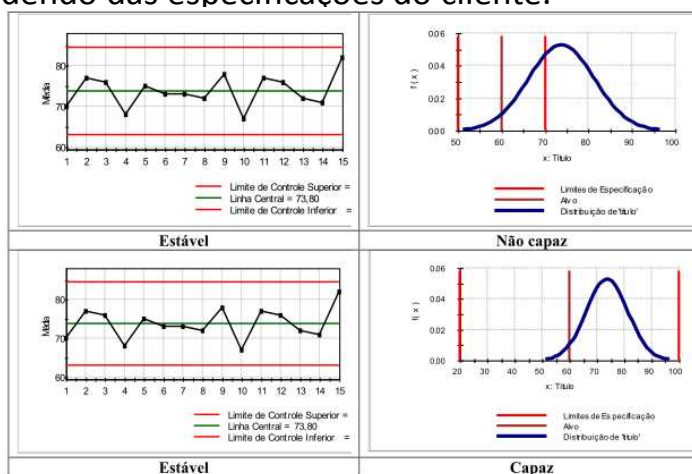
O processo é estável? Justifique...

Interpretação da capacidade do processo

- Uma vez que o processo esteja em controle estatístico, ainda permanece a questão se o processo é ou não capaz, isto é, o resultado satisfaz às exigências dos clientes?
- A avaliação da capacidade do processo só inicia após a eliminação das causas especiais. Assim, a capacidade do processo está associada com as causas comuns de variabilidade .

Interpretação da capacidade do processo

- Na Figura tem-se um processo estável ao longo do tempo. O mesmo processo pode ser considerado capaz ou não dependendo das especificações do cliente.



Interpretação da capacidade do processo

- A avaliação da capacidade do processo é realizada com a distribuição dos valores individuais, pois o cliente espera que todas as peças produzidas estejam dentro das especificações.
- Dessa forma, é necessário conhecer a distribuição de probabilidade dos valores individuais da variável que está sendo monitorada e estimar a média, a variabilidade e os limites naturais do processo.
- Para conhecer a distribuição de probabilidade da variável deve-se fazer um histograma dos dados (valores individuais) coletados.

Interpretação da capacidade do processo

- Muitas vezes é conveniente ter uma maneira simples e quantitativa de expressar a capacidade do processo.
- Uma maneira é utilizar os índices de capacidade que comparam os limites naturais do processo com a amplitude das especificações exigidas para o processo.
- O cálculo dos índices de capacidade é realizado **supondo que as variáveis provêm de uma distribuição Normal.**

Capabilidade de Processo - Conceitos

- **Tolerâncias:** especificações de engenharia que representam requisitos do produto.
- **Capabilidade do Processo:** representa o melhor desempenho do processo e é determinada pela **variação das causas comuns**. Isso é demonstrado quando o processo está sendo operado sob controle estatístico.
 - A **capabilidade potencial do processo (Cp)** é relação a entre tolerância e a variabilidade do processo.
 - A **capabilidade efetiva do processo (Cpk)** mede a localização da variação do processo com relação aos limites de especificação. É a condição real de operação do processo. Considera a variação dentro dos subgrupos σ_c (desvio padrão estimado por $Rbar/d2$) – estudo de curto prazo.

Interpretação da capacidade do processo

- Os **limites de especificação** medem a tolerância permitida da variabilidade de uma característica importante do produto ou processo. A tolerância é calculada pelo engenheiro desenhista do processo ou produto na hora da sua concepção antes de qualquer tentativa de fabricação.
- Os **limites de controle**, por outro lado, são valores calculados dos dados observados no chão da fábrica e são valores práticos e não teóricos. Tolerância mede o que deve ser, enquanto limites de controle medem o que realmente é.
 - **O índice de capacidade é uma medida da relação numérica entre os dois conceitos.**

Índice de capacidade (Cp)

Para processos centrados, o **índice de capacidade (Cp)** é a distância entre o **limite de especificação superior (LES)** e o **limite de especificação inferior (LEI)** dividido pela variabilidade natural do processo igual a 6 desvios padrão.

$$\text{Índice de capacidade} = (\text{LES} - \text{LEI})/6 \text{ desvios padrão}$$

Nesta expressão, o valor 6 desvios padrão é chamado muitas vezes "6 sigma" na literatura específica. O desvio padrão é calculado com uma das expressões

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad S = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

A primeira expressão é o desvio padrão do processo estimado com valores individuais, não os valores em subgrupos.

A segunda expressão é o desvio padrão calculado na base dos subgrupos oriundo das amplitudes (R) de cada subgrupo. O desvio padrão dos valores individuais é maior que o desvio padrão baseado nos subgrupos, como foi apresentado no capítulo 2, seção 2.6 sobre o desvio padrão de Shewhart. O coeficiente d_2 é apresentado na tabela 2.3 dos coeficientes de Shewhart.

Tabela 2.3

Tamanho da amostra = n						
n =	d_2	B_3	B_4	D_3 (R)	D_4 (R))
2	1,128	0	3,267	0	3,267	1,880
3	1,693	0	2,568	0	2,575	1,023
4	2,059	0	2,266	0	2,282	0,729
5	2,326	0	2,089	0	2,115	0,577
6	2,534	0,03	1,97	0	2,004	0,483
7	2,704	0,118	1,882	0,076	1,924	0,419
8	2,847	0,185	1,815	0,136	1,864	0,373
9	2,970	0,239	1,761	0,184	1,816	0,337
10	3,078	0,284	1,716	0,223	1,777	0,308
11	3,173	0,321	1,679	0,256	1,744	0,285
12	3,258	0,354	1,646	0,284	1,716	0,266
13	3,336	0,382	1,618	0,308	1,692	0,249
14	3,407	0,406	1,594	0,329	1,671	0,235
15	3,472	0,428	1,572	0,348	1,652	0,223
20	3,735	0,51	1,49	0,414	1,586	0,180
25	3,931	0,565	1,435	0,459	1,541	0,153

Integrando todas as tabelas usadas até agora
para cartas por variáveis, temos:

tabela de fatores para uso de gráficos por variáveis

n	A ₂	A ₆	D ₃	D ₄	d ₂
2	1,880	1,88	----	3,267	1,128
3	1,023	1,19	----	2,574	1,693
4	0,729	0,80	----	2,282	2,059
5	0,577	0,69	----	2,114	2,326
6	0,483	0,55	----	2,004	2,534
7	0,419	0,51	0,076	1,924	2,704
8	0,373	0,43	0,136	1,864	2,847

Relação entre **C_p** e taxa de
rejeição

Um valor de **C_p** igual a **2,0**
significa que a **taxa de rejeição**
fica em 0,002 unidades por PPM,
em outras palavras 2 em 1 bilhão.

Por outro lado, um **C_p** igual a **0,55**
significa que o processo não é
capaz e que a **taxa de rejeição é**
10%.

Na prática, adota-se o seguinte
valores de referência:

C_p ≥ 1,0

Taxa de rejeição – soma dos dois lados do processo (bicaudal)	Distância de limites de especificação da média em desvio padrão - Z	C _p
0,00000002	6,00	1,999
0,0000006	5,00	1,667
0,000002	4,75	1,584
0,00002	4,26	1,422
0,0003	3,62	1,205
0,0004	3,54	1,180
0,0005	3,48	1,160
0,0006	3,43	1,144
0,0007	3,39	1,130
0,0008	3,35	1,118
0,0009	3,32	1,107
0,0010	3,29	1,097
0,0011	3,26	1,088
0,0012	3,24	1,080
0,0018	3,12	1,040
0,0020	3,09	1,030
0,0022	3,06	1,021
0,0023	3,05	1,016
0,0024	3,04	1,012
0,0027	3,00	1,000
0,007	2,70	0,899
0,008	2,65	0,884
0,009	2,61	0,871
0,01	2,58	0,859
0,02	2,33	0,775
0,1	1,64	0,548

Exercício 1

		Observação Amostral					Média subgrupo	Amplitude subgrupo
		1	2	3	4	5		
Amostra Subgrupo	1	168,890	207,950	217,940	225,790	227,190	209,552	58,300
	2	161,550	325,890	292,620	266,380	106,190	230,526	219,700
	3	307,560	255,490	203,390	148,710	17,000	186,430	290,560
	4	66,780	165,340	95,200	102,950	427,430	171,540	360,650
	5	186,340	82,040	59,000	36,000	168,890	106,454	150,340
	6	207,950	217,940	225,790	227,190	182,890	212,352	44,300
		Média das médias =					182,89	
		Amplitude média =					187,308	
		Desvio padrão Shewhart =					80,528	

$$\frac{\bar{R}}{d_2} = 187,308 / 2,326 = \mathbf{80,528.}$$

Tabela 2.4 - Minutos corridos até solucionar a reclamação do cliente, dados arranjados em **6 subgrupos amostrais com 5 observações em cada grupo.**

Exercícios

Exercício 1

LIE	73.95
LSE	74.05
média das amplitudes	0.023
tamanho da amostra	3

Exercício 2

LIE	73.95
LSE	74.05
média das amplitudes	0.023
número de amostra/grupos	5

Exercício 3

LIE	0.985
LSE	1.002
Desvio Padrao	0.002

Exercício 4

LIE	2.32
LSE	2.89
Desvio Padrao	0.6

Interpretação da capacidade do processo

Índice de Capacidade “efetiva” do Processo

$$C_{pk} = \text{mínimo} \left[\frac{\bar{x} - LIE}{3\sigma} ; \frac{LSE - \bar{x}}{3\sigma} \right] \quad \text{Onde: } \sigma = \frac{R}{d_2}$$

Muitos processos não são centrados exigindo a utilização do índice de capacidade **Cpk**.

Por que **somos obrigados a selecionar o índice do pior lado?**

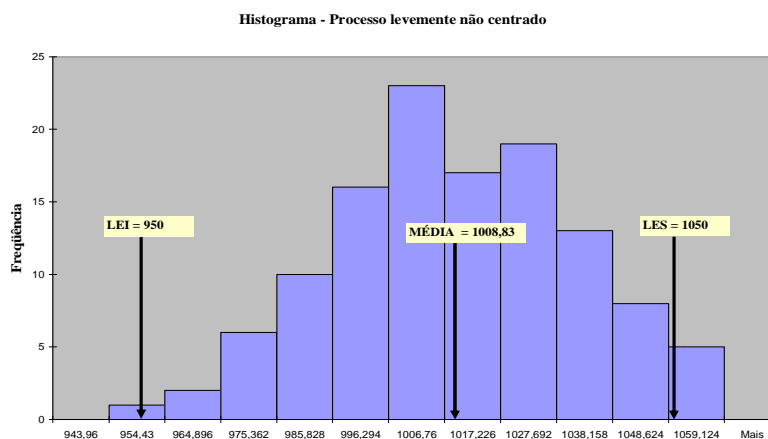
Se for permitido selecionar qualquer lado, há um incentivo desonesto para escolher o lado que sempre dá o maior índice!!

*Na prática, adota-se o seguinte valores de referência: **Cpk** ≥ 1,0*

Relação do Cpk e o índice de defeituosos

<i>Cpk</i>	<i>Faixa de sigmas</i>	<i>% ou ppm</i>
0,33	+/- 1 σ	31,74 %
0,67	+/- 2 σ	4,56 %
1,00	+/- 3 σ	0,27 %
1,33	+/- 4 σ	60,00 ppm
1,67	+/- 5 σ	0,57 ppm
2,00	+/- 6 σ	0,002 ppm

Por que somos obrigados a selecionar o índice do pior lado?



Exercício 5

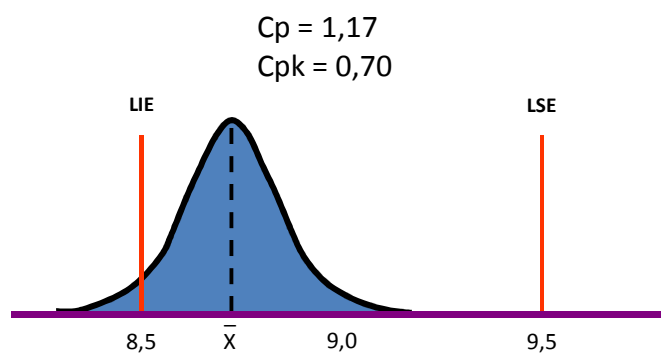
Dimensão = $9,0\text{mm} \pm 0,5\text{mm}$
Média do processo = $8,80\text{ mm}$
Amplitude média = $0,33\text{ mm}$
Tamanho da amostra = 5

- CPk?
- Cp?
- Análise gráfica da curva?

$$C_{pk} = \text{mínimo} \left[\frac{8.80 - 8.50}{3 (0,33/2,326)} ; \frac{9.50 - 8.80}{3 (0,33/2,326)} \right] = 0,70$$

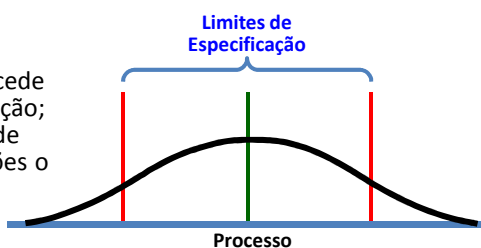
The calculation shows two intermediate values: 0,70 and 1,64. The value 0,70 is the minimum of the two, which is the final result.

Representação da Capabilidade

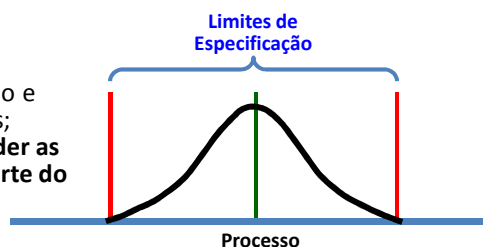


Processos capazes e não capazes

(a) Variação natural excede os limites de especificação; **processo não é capaz** de atender as especificações o tempo todo.

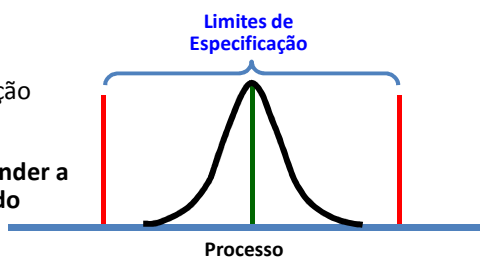


(b) Limites de especificação e variação natural são iguais; **processo é capaz de atender as especificações a maior parte do tempo.**

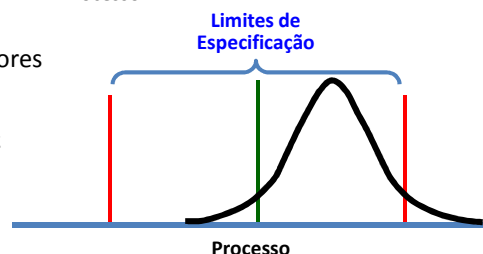


Processos capazes e não capazes

(c) Limites de especificação maiores que a variação natural do processo; **o processo é capaz de atender a especificação ao longo do tempo.**



(d) Limites de especificação maiores que a a variação natural do processo, mas o processo está descentralizado. **Processo capaz mas alguns resultados não vão atender o limite superior de especificação.**



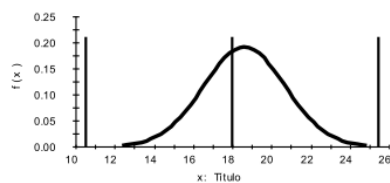
Exercício 6

Sabendo que as especificações do processo de fabricação de solenóides são $18 \pm 7,5$, amplitude média 4.88, e $n=5$:

- calcule o C_p e C_{pk} do processo
- faça o esboço da curva normal e interprete o resultado.

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\hat{\sigma}} = \frac{25,5 - 10,5}{6 \times 2,09} = 1,20$$

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{LES - \bar{\bar{x}}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{\bar{x}} - LEI}{3\hat{\sigma}} \right\} = \min \left\{ \frac{25,5 - 18,63}{3 \times 2,09}, \frac{18,63 - 10,5}{3 \times 2,09} \right\} = 1,10$$



———— Limites de Especificação
 ———— Avo
 ———— Distribuição de 'Titulo'

Exercício 7

- calcule Cp, Cpk, faça o esboço da curva normal e analise o resultado.

Nome da parte	Retentor		Especificações	30 a 90 microns												
Número da parte	9983-5		Instrumento	Micrômetro												
Operação	Dobra superior		Amostra/Freq.	5 / 2 horas												
Máquina	030		Unidade	Microns												
Característica	Fresa		Carta Nº.	01												
Data	6/3			7/3			8/3									
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	
Medidas	1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75
2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80	
3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85	
4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80	
5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90	
Soma	350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410	
Média	70	77	76	68	75	73	73	72	78	67	77	76	72	71	82	
Amplitude	20	20	10	15	20	25	15	20	20	20	30	20	5	25	15	

Tabela 9 - Dados do exemplo da fresa: identificação mais tabela de dados.

Resumindo...

O índice Cp avalia a capacidade potencial do processo, que **poderia** ser atingida **se o processo estivesse centrado**.

A capacidade real do processo para características do tipo nominal-é-melhor é estimada pelo índice **Cpk** que considera a **média do processo**. Muitos processos não são centrados exigindo a **utilização do índice de capacidade Cpk**.

Pode-se dizer que o Cp mede a **capabilidade potencial** do processo, enquanto que Cpk mede a **capabilidade atual** do processo

Índice	Uso	Definição
Cp	O processo está centrado entre os limites de especificação	Taxa de tolerância (a largura dos limites de especificação) à variação atual (tolerância do processo)
Cpk	O processo não está centrado entre os limites de especificação, mas cai sobre ou entre eles	Taxa de tolerância (a largura dos limites de especificação) à variação atual, considerando a média do processo relativa ao ponto médio das especificações.

Resumindo a Análise da capacidade...

- Quando $Cpk = 0$ a média do processo encontra-se exatamente em um dos limites de controle
- Quando $Cpk < 0$ a média do processo encontra-se fora dos limites de especificação
- Quando $Cpk < -1$ o processo inteiro encontra-se fora dos limites de especificação

Resumindo a Análise da capacidade...

- $Cp < 1$: a capacidade do processo é inadequada à tolerância exigida.
- $1 \leq Cp \leq 1,33$: a capacidade do processo está em torno da diferença entre as especificações.
- $Cp > 1,33$: a capacidade do processo é adequada à tolerância exigida (resta 30% de "folga" na tolerância).

